



กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ลำดับและอนุกรม
รหัสวิชา ค32101 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 3ก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
หัวข้อเรื่อง อนุกรมเรขาคณิต จำนวน 4 คาบ
ผู้สอน อาจารย์นิสิต วรปรัชญ์ นันทโพธิ์เดช

1. สาระ

สาระที่ 1: จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐาน

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

3. ตัวชี้วัด

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

4. สมรรถนะ

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการให้เหตุผล
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา

5. สาระสำคัญ (concept)

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิตเรียกว่า **อนุกรมเรขาคณิต (geometric series)** และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

โดยสูตรหาผลบวก n พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ

$$\text{ผลบวก } n \text{ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, \quad r \neq 1$$
$$\text{หรือ } S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}, \quad r \neq 1$$

เมื่อ S_n แทน ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

a_1 แทน พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต

| | | |
|-------|-----|--------------------------------|
| a_n | แทน | พจน์ที่ n ของอนุกรมเรขาคณิต |
| n | แทน | จำนวนพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต |
| r | แทน | อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต |

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอนุกรมที่เกิดจากลำดับเรขาคณิตได้
2. บอกสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้
3. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

1. ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ โดยการเขียนอนุกรมเรขาคณิต และสัญลักษณ์ S_n เพื่อแทนผลบวก n ได้ถูกต้อง
2. แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) : นักเรียนมี

1. ความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
2. ส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
3. ความตรงต่อเวลาในการเข้าห้องเรียน
4. ระเบียบวินัยในชั้นเรียน

7. สารการเรียนรู้ (content)

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิตเรียกว่า **อนุกรมเรขาคณิต (geometric series)** และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

$$\text{ให้ } S = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 512 \text{ ----- (1)}$$

$$2S = 2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1,024 \text{ ----- (2)}$$

จาก (1) และ (2) จะได้ว่า

$$(2) - (1) \quad S = 1,024 - 1 = 1,023$$

$$\text{ดังนั้น } 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 512 = 1,023$$

เราสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ดังนี้

ให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตที่มี a_1 เป็นพจน์แรก และมี r เป็นอัตราส่วนร่วม

$$\text{จะได้ } S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} \text{ ----- 1}$$

นำ $r \times 1$ จะได้

$$rS_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \cdots + a_1r^{n-1} + a_1r^n \quad \text{----- } 2$$

นำ $2 - 1$ จะได้

$$rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$$

$$S_n(r-1) = a_1r^n - a_1$$

$$S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r-1} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r-1} \text{ เมื่อ } r \neq 1 \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

อาจเขียนผลบวกของ n พจน์แรกได้อีกแบบหนึ่ง ดังนี้

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_1r^{n-1}r}{1-r}$$

$$\text{แต่ } a_n = a_1r^{n-1}$$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

โดยสูตรหาผลบวก n พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ

$$\text{ผลบวก } n \text{ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, \quad r \neq 1$$

$$\text{หรือ } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}, \quad r \neq 1$$

เมื่อ S_n แทน ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

a_1 แทน พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเรขาคณิต

a_n แทน พจน์ที่ n ของอนุกรมเรขาคณิต

n แทน จำนวนพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต

r แทน อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก 7 พจน์แรกของ 1, 5, 25, 125, ...

วิธีทำ จากโจทย์ เป็นอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมี $a_1 = 1, r = 5$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } S_{10} = \frac{1[1-5^7]}{1-5}$$
$$= \frac{-78124}{-4}$$

$$= 19531$$

ตอบ S_{10} มีค่าเท่ากับ 19,531

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวก 9 พจน์แรกของอนุกรม $48, 12, 3, \frac{3}{4}, \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ เป็นอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมี $a_1 = 48, r = \frac{1}{4}$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } S_9 = \frac{48 \left[1 - \frac{1}{4}^9 \right]}{1 - \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{48 \left(1 - \frac{1}{262144} \right)}{\frac{3}{4}} = 64 \left(\frac{263143}{262144} \right) = \frac{263143}{4096}$$

ตอบ S_9 มีค่าเท่ากับ $\frac{263143}{4096}$

ตัวอย่างที่ 3 อนุกรมเรขาคณิตอนันต์หนึ่งมี $a_1 = 36, a_2 = 12$ และ $a_n = \frac{4}{243}$ จงหา r, n และ S_n

วิธีทำ

จาก $a_2 = a_1 r$
$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$
$$\frac{4}{243} = 36 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^6 = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

จาก $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
จะได้
$$S_7 = \frac{36 \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^7 \right]}{1 - \frac{1}{3}} = 54 \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^7 \right]$$

$$= 54 \left[\frac{2186}{2187} \right]$$

ตอบ $r = \frac{1}{3}, n = 7$ และ $S_7 = 54 \left[\frac{2186}{2187} \right]$

ตัวอย่างที่ 4 ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งมี $a_4 = 16$ และ $S_5 - S_3 = 48$ จงหาค่า S_8

วิธีทำ

จาก $S_5 - S_3 = 48$

จะได้ว่า $a_4 + a_5 = 48$

จาก $a_4 = 16$ จะได้ว่า $a_5 = 48 - a_4 = 48 - 16 = 32$

$$\text{จะได้ } r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{32}{16} = 2$$

พิจารณา a_1 จาก a_4 และ r จะได้ว่า $a_4 = a_1 r^3$
 $16 = a_1 (2)^3$
 $a_1 = 2$

$$\text{จะได้ } S_8 = \frac{a_1(1-r^8)}{1-r} = \frac{2(1-2^8)}{1-2} = -2(-255) = 510$$

ตอบ $S_8 = 510$

ตัวอย่างที่ 5 อนุกรมเรขาคณิต $12 + 24 + 48 + \dots$ ต้องบวกเพิ่มกี่พจน์ ถึงจะมีผลบวกเป็น 756

วิธีทำ จากโจทย์ เป็นอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมี $a_1 = 12, r = \frac{24}{12} = 2$ และ $S_n = 756$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ว่า } 756 = \frac{12(1-2^n)}{1-2}$$

$$-63 = 1 - 2^n$$

$$2^n = 64 = 2^6$$

พบว่า $n = 6$

ตอบ 3 พจน์

ตัวอย่างที่ 6 อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีผลบวกสามพจน์แรกเป็น 13 และพจน์ที่ 5 มีค่าเป็นเก้าเท่าของพจน์ที่ 3 จงหาผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมนี้

วิธีทำ จาก $a_5 = 9a_3$

จะได้ว่า $a_3 r^2 = 9a_3$

$$r^2 = 9 \text{ นั่นคือ } r = \pm 3$$

จาก $S_3 = 13$

จะได้ว่า $a_1 + a_1r + a_1r^2 = 13$

กรณีที่ 1 เมื่อค่า $r = 3$

จะได้ $a_1 + 3a_1 + 9a_1 = 13$

$$a_1 = 1$$

ดังนั้น $S_8 = \frac{a_1(1-r^8)}{1-r}$

$$S_8 = \frac{1(1-3^8)}{1-3} = 3280$$

กรณีที่ 2 เมื่อค่า $r = -3$

จะได้ $a_1 - 3a_1 + 9a_1 = 13$

$$a_1 = \frac{13}{7}$$

ดังนั้น $S_8 = \frac{a_1(1-r^8)}{1-r}$

$$S_8 = \frac{\frac{13}{7}(1-(-3)^8)}{1-(-3)} = -\frac{21320}{7}$$

ตอบ

ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมนี้ เมื่อ $r = 3$ เท่ากับ 3,280

เมื่อ $r = -3$ เท่ากับ $-\frac{21,320}{7}$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม $7 + 77 + 777 + 7,777 + \dots$

วิธีทำ

$$7 + 77 + 777 + 7,777 + \dots = 7\left(\frac{9}{9}\right) + 7\left(\frac{99}{9}\right) + 7\left(\frac{999}{9}\right) + 7\left(\frac{9999}{9}\right) + \dots$$

$$= 7\left(\frac{10-1}{9}\right) + 7\left(\frac{10^2-1}{9}\right) + 7\left(\frac{10^3-1}{9}\right) + 7\left(\frac{10^4-1}{9}\right) + \dots$$

$$= \frac{7}{9} [(10-1) + (10^2-1) + (10^2-1) + (10^3-1) + (10^4-1) + \dots]$$

$$= \frac{7}{9} [(10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots) - (1 + 1 + 1 + 1 + \dots)]$$

พิจารณาผลบวก n พจน์แรกของ $10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots$ ซึ่งมี $a_1 = 10, r = 10$

จาก
$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

จะได้
$$S_n = \frac{10(1-10^n)}{1-10}$$

$$S_n = -\frac{10}{9} (1-10^n)$$

และผลบวก n พจน์แรกของ $1 + 1 + 1 + \dots$ คือ n

จะได้ว่าผลบวก n พจน์แรกของ $7 + 77 + 777 + \dots = \frac{7}{9} \left[-\frac{10}{9} (1-10^n) - n \right]$

ตอบ ผลบวก n พจน์แรกนี้ คือ $\frac{7}{9} \left[-\frac{10}{9} (1-10^n) - n \right]$

ตัวอย่างที่ 8 เซอรี น้อยหน้า และสัมต่อการออมเงินไว้จำนวนหนึ่ง โดยเดือนแรกออมไว้ 2,000 บาท เดือนที่สองออมไว้ 3,000 บาท เดือนที่สามออมไว้ 4,500 บาท และพวกเขาออมเงินไปเรื่อย ๆ จนครบ 8 เดือน อยากทราบว่าพวกเขาจะออมเงินได้ทั้งหมดกี่บาท

วิธีทำ จาก $a_1 = 2,000, r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3,000}{2,000} = \frac{3}{2}$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

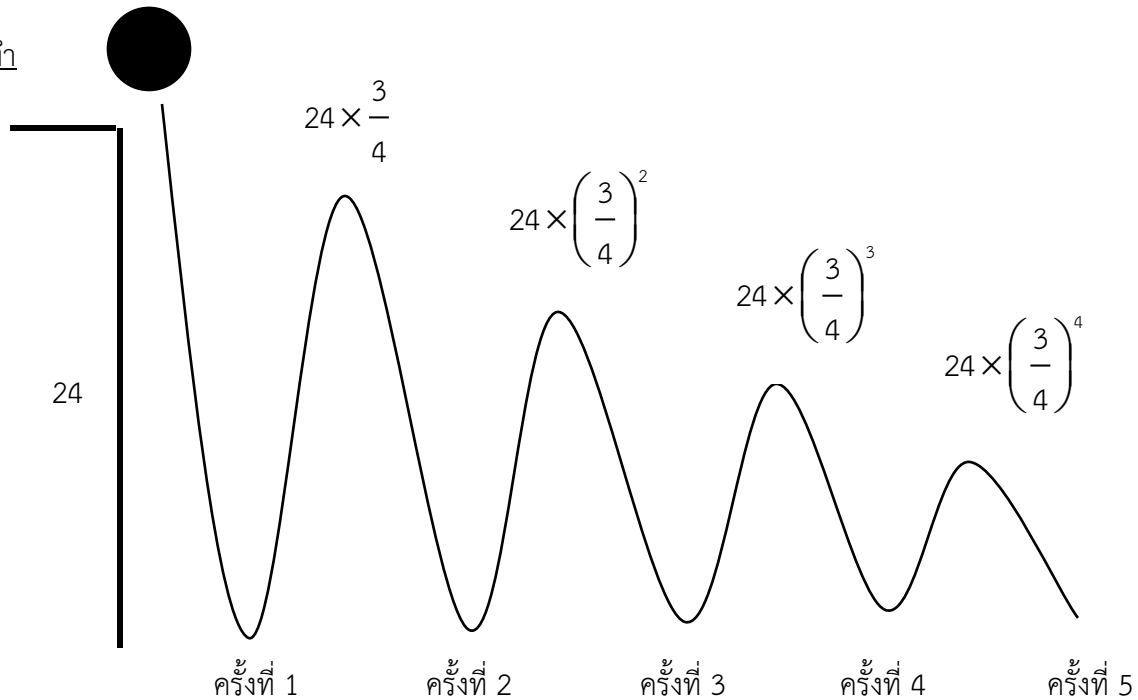
$$S_8 = \frac{2,000 \left(1 - \left(\frac{3}{2} \right)^8 \right)}{1 - \frac{3}{2}}$$

$$\begin{aligned}
 S_n &= \frac{4,000 \left(\frac{256}{256} - \frac{6,561}{256} \right)}{-1} \\
 &= -4,000 \left(\frac{-6,305}{256} \right) \\
 &= 98,515.625
 \end{aligned}$$

ตอบ ทรี, แมน และดาวจะออมเงินได้ 98,515.625 บาท

ตัวอย่างที่ 9 ลูกปิงปองตกจากโต๊ะสูง 24 ฟุต ถ้าทุกครั้งที่ลูกปิงปองตกกระทบพื้นจะกระดอนขึ้นเป็นระยะทาง $\frac{3}{4}$ ของความสูงที่ตกลงมา จงหาระยะทางทั้งหมดที่ลูกปิงปองเคลื่อนที่กระทบพื้น 5 ครั้ง

วิธีทำ



จากรูป จะได้ว่า ระยะทางทั้งหมดที่ลูกปิงปองเคลื่อนที่กระทบพื้น 5 ครั้ง เท่ากับ

$$24 + 2 \left[24 \times \left(\frac{3}{4} \right) \right] + 2 \left[24 \times \left(\frac{3}{4} \right)^2 \right] + 2 \left[24 \times \left(\frac{3}{4} \right)^3 \right] + 2 \left[24 \times \left(\frac{3}{4} \right)^4 \right] \text{ ฟุต}$$

$$\text{จะได้ } 24 + 2 \left[24 \times \left(\frac{3}{4} \right) \right] \left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^3 \right] \text{ ฟุต}$$

พิจารณอนุกรม $1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3$

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1, r = \frac{3}{4}, n = 4$

จาก
$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

จะได้
$$S_4 = \frac{1 \left[1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 \right]}{1 - \frac{3}{4}}$$
$$= \frac{175}{64}$$

ดังนั้นระยะทางทั้งหมดที่ลูกบ๊องเคลื่อนที่กระทบพื้น 5 ครั้ง เท่ากับ

$$24 + 2 \left[24 \times \left(\frac{3}{4}\right) \right] \left(\frac{175}{64} \right) = \frac{1959}{16} \approx 122.44 \text{ ฟุต}$$

ตอบ ระยะทางทั้งหมดที่ลูกบ๊องเคลื่อนที่กระทบพื้น 5 ครั้ง ประมาณ 122.44 ฟุต

ตัวอย่างที่ 10 มิลลิ เริ่มต้นทำงานที่บริษัท YUPPI! โดยได้รับเงินเดือน 42,000 บาท ถ้าเงินเดือนของกิตเพิ่มขึ้น 8% ในทุกๆปี จงหาเงินเดือนที่กิตได้รับเมื่อขึ้นปีที่ 4 และเงินรวมที่ได้รับเมื่อทำงานครบ 8 ปี

วิธีทำ เขียนลำดับการเพิ่มขึ้นของเงินเดือนต่อปี ดังนี้

$$42,000, 42,000(1.08), 42,000(1.08)^2, 42,000(1.08)^3, \dots, 42,000(1.08)^8$$

ดังนั้น $a_1 = 42,000, r = 1.08$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_4 = a_1 r^3$$

$$a_4 = 42,000(1.08)^4 \approx 57140.54$$

$$a_4 \approx 52,907.90$$

เขียนลำดับจำนวนเงินทั้งหมดที่มิลลิได้รับในแต่ละปี ดังนี้

$$12 \ 42,000, 12 \ 42,000(1.08), 12 \ 42,000(1.08)^2, 12 \ 42,000(1.08)^3, \dots, 12 \ 42,000(1.08)^8$$

ดังนั้น $a_1 = 12 \ 42,000, r = 1.08$

พิจารณา
$$S_n = \frac{a_1 r^n - 1}{r - 1}$$

$$S_8 = \frac{12\,420,000 (1.08)^8 - 1}{(1.08) - 1}$$

$$S_8 \approx 5360860.33$$

ตอบ กิตจะได้รับเงินเดือนเมื่อขึ้นปีที่ 4 ประมาณ 52,907.90 บาท และเงินรวมเมื่อทำงานครบ 8 ปี ประมาณ 5,360,860.33 บาท

8. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนก่อนเข้าสู่บทเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้
อนุกรมเลขคณิตมีผลบวก n พจน์แรกเป็นเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ หรือ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$]

ขั้นสอน(40 นาที)

1. ครูอธิบายอนุกรมเรขาคณิต
2. ครูอธิบายการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้วิธีการอธิบายและการใช้คำถามกระตุ้น
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 เพื่อแสดงการใช้สูตร S_n โดยครูอธิบายประกอบการถามตอบในประเด็นต้องแทนค่าอะไรบ้างในสูตร S_n
4. ครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 2 ไปพร้อมกัน

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนถามข้อสงสัย

คาบที่ 2

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนก่อนเข้าสู่บทเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้
อนุกรมเรขาคณิตมีผลบวก n พจน์แรกเป็นเท่าใด

$$[\text{นักเรียนควรตอบว่า } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}]$$

ชั้นสอน(40 นาที)

1. ครูยกตัวอย่างที่ 3 และ 4 เพื่อแสดงการใช้สูตร S_n โดยครูอธิบายประกอบการถามตอบในประเด็น
ต้องแทนค่าอะไรบ้างในสูตร S_n
2. ครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 5 – 7 ไปพร้อมกัน

ชั้นสรุป (5 นาที)

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนถามข้อสงสัย

คาบที่ 3

ชั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนก่อนเข้าสู่บทเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้
อนุกรมเรขาคณิตมีผลบวก n พจน์แรกเป็นเท่าใด

$$[\text{นักเรียนควรตอบว่า } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}]$$

ชั้นสอน(40 นาที)

1. ครูยกตัวอย่างที่ 8 เพื่อแสดงการใช้สูตร S_n โดยครูอธิบายประกอบการถามตอบในประเด็น
ต้องแทนค่าอะไรบ้างในสูตร S_n
2. ครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 9 – 10 ไปพร้อมกัน และถามตอบเป็นช่วงๆ

ชั้นสรุป (5 นาที)

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนถามข้อสงสัย

คาบที่ 4

ชั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนก่อนเข้าสู่บทเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้
อนุกรมเรขาคณิตมีผลบวก n พจน์แรกเป็นเท่าใด

$$[\text{นักเรียนควรตอบว่า } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}]$$

ชั้นสอน(40 นาที)

1. ครูอธิบายแบบฝึกหัดข้อที่ 4 เพื่อแสดงการใช้สูตร S_n โดยครูอธิบายประกอบการถามตอบในประเด็น

ต้องแทนค่าอะไรบ้างในสูตร S_n และจัดรูปอย่างไร

2. ครูและนักเรียนร่วมกันทำแบบฝึกหัดข้อที่ 5 - 8 ไปพร้อมกัน

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูสรุปบทเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1. อนุกรมเลขคณิตมีผลบวก n พจน์แรกเป็นเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ หรือ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$]

2. อนุกรมเรขาคณิตมีผลบวก n พจน์แรกเป็นเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ หรือ $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$]

คาบที่ 5

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนก่อนเข้าสู่บทเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

อนุกรมเรขาคณิตมีผลบวก n พจน์แรกเป็นเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ หรือ $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$]

ขั้นสอน(40 นาที)

ให้นักเรียนทำ mind map สรุปบทเรียน ที่เรียนมาทั้งหมด

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนถามข้อสงสัย

9. ภาระงาน / ชิ้นงาน

เอกสารประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

10. สื่อการเรียนรู้

เอกสารประกอบการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

11.การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

| สิ่งที่ต้องการวัดและประเมินผล | วิธีวัด | เครื่องมือวัด | เกณฑ์การวัด | ผลการประเมิน |
|--|---------------------------------|--|---|--------------|
| | | | | 5/151 |
| ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ | | | | |
| 1. บอกความหมายของอนุกรมที่เกิดจากลำดับเรขาคณิตได้ | สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน | แบบสังเกต พฤติกรรมการทำงาน การทำงานของนักเรียน | นักเรียนบอกความหมายได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |
| 2. บอกสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ | สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน | 1. แบบสังเกต พฤติกรรมการทำงาน การทำงานของนักเรียน 2. เอกสาร ประกอบการเรียน | 1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน 2. นักเรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้อย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |
| 3. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ | สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน | 1. แบบสังเกต พฤติกรรมการทำงาน การทำงานของนักเรียน 2. เอกสาร ประกอบการเรียน | 1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน 2. นักเรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้อย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |
| ด้านทักษะและกระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ | | | | |
| 1. ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอโดยการเขียนอนุกรมเรขาคณิตได้ | การตรวจเอกสาร ประกอบการเรียน | เอกสาร ประกอบการเรียน | นักเรียนเขียนแสดงการเขียนสัญลักษณ์ S_n ได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |

| สิ่งที่ต้องการวัดและประเมินผล | วิธีวัด | เครื่องมือวัด | เกณฑ์การวัด | ผลการประเมิน |
|--|------------------------------|---------------------------------------|--|--------------|
| | | | | 5/151 |
| 2. แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตได้ | การตรวจเอกสารประกอบการเรียน | เอกสารประกอบการเรียน | นักเรียนเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้สัญลักษณ์ที่ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |
| ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) : นักเรียนมี | | | | |
| 1. ความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย | การเช็ครายชื่อนักเรียน | เอกสารประกอบการสอนของนักเรียน | นักเรียนให้ความร่วมมือกับการตอบคำถามในชั้นเรียนอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |
| 2. ส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน | สังเกตจากการตอบคำถามในห้อง | แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน of นักเรียน | นักเรียนร่วมตอบคำถามอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |
| 3. ความตรงต่อเวลาในการเข้าห้องเรียน | การเช็ครายชื่อนักเรียน | ใบรายชื่อของนักเรียน | นักเรียนเข้าห้องเรียนไม่สายเกิน 10 นาที | |
| 4. ระเบียบวินัยในชั้นเรียน | สังเกตจากพฤติกรรมในห้องเรียน | แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน of นักเรียน | นักเรียนปฏิบัติตามอยู่ในข้อกำหนดอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน | |

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

รหัสวิชา ค32101 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 3ก ระดับชั้น ม.5 ห้องที่สอน 151

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ลำดับและอนุกรม หัวข้อเรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ระหว่างวันที่ 20,25-27 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2565

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|--|---|--|--|---|--|------------------------------------|---|---|--|---|--|---|---|--|--|--|---|
| <p>1. ความสำเร็จในการจัดการเรียนรู้</p> <p>ระดับในการประเมิน <input type="checkbox"/> ดีมาก <input type="checkbox"/> ดี <input type="checkbox"/> ปานกลาง <input type="checkbox"/> พอใช้ <input type="checkbox"/> ปรับปรุง</p> <p>ระดับ พอใช้/ปรับปรุง ให้ระบุสิ่งที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนรู้ เพื่อใช้เป็นฐานข้อมูลในการพัฒนากระบวนการสอนต่อไป</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>2. ลักษณะกิจกรรม / กระบวนการจัดการเรียนรู้</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; border: none;"><input type="checkbox"/> กระบวนการกลุ่ม/ระดมสมอง</td> <td style="width: 50%; border: none;"><input type="checkbox"/> การเน้นกระบวนการคิด</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การสอดแทรกคุณธรรม</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การบูรณาการ</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การส่งเสริมคุณลักษณะอันพึงประสงค์</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การให้ข้อมูลย้อนกลับ</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การลงมือปฏิบัติจริง</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การใช้เกม</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การมีส่วนร่วมของนักเรียน</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การใช้กรณีตัวอย่าง</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การจัดสถานการณ์จำลอง</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การแสดงความคิดเห็น</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การเรียนรู้นอกห้องเรียน</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การเรียนรู้จากแบบจำลอง</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> การเชื่อมโยงกับชีวิตจริง</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> อื่น ๆ โปรดระบุ</td> <td></td> </tr> </table> <p>.....</p> | <input type="checkbox"/> กระบวนการกลุ่ม/ระดมสมอง | <input type="checkbox"/> การเน้นกระบวนการคิด | <input type="checkbox"/> การสอดแทรกคุณธรรม | <input type="checkbox"/> การบูรณาการ | <input type="checkbox"/> การส่งเสริมคุณลักษณะอันพึงประสงค์ | <input type="checkbox"/> การให้ข้อมูลย้อนกลับ | <input type="checkbox"/> การลงมือปฏิบัติจริง | <input type="checkbox"/> การใช้เกม | <input type="checkbox"/> การมีส่วนร่วมของนักเรียน | <input type="checkbox"/> การใช้กรณีตัวอย่าง | <input type="checkbox"/> การจัดสถานการณ์จำลอง | <input type="checkbox"/> การแสดงความคิดเห็น | <input type="checkbox"/> การเรียนรู้นอกห้องเรียน | <input type="checkbox"/> การเรียนรู้จากแบบจำลอง | <input type="checkbox"/> การเชื่อมโยงกับชีวิตจริง | | <input type="checkbox"/> อื่น ๆ โปรดระบุ | | <p>เมื่อระบุกิจกรรมแล้วสรุปผลการจัดกิจกรรมโดยสังเขป (มีความเหมาะสมหรือไม่ อย่างไร)</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| <input type="checkbox"/> กระบวนการกลุ่ม/ระดมสมอง | <input type="checkbox"/> การเน้นกระบวนการคิด | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> การสอดแทรกคุณธรรม | <input type="checkbox"/> การบูรณาการ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> การส่งเสริมคุณลักษณะอันพึงประสงค์ | <input type="checkbox"/> การให้ข้อมูลย้อนกลับ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> การลงมือปฏิบัติจริง | <input type="checkbox"/> การใช้เกม | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> การมีส่วนร่วมของนักเรียน | <input type="checkbox"/> การใช้กรณีตัวอย่าง | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> การจัดสถานการณ์จำลอง | <input type="checkbox"/> การแสดงความคิดเห็น | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> การเรียนรู้นอกห้องเรียน | <input type="checkbox"/> การเรียนรู้จากแบบจำลอง | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> การเชื่อมโยงกับชีวิตจริง | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> อื่น ๆ โปรดระบุ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>3. สื่อการสอน ประเภทสื่อ</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; border: none;"><input type="checkbox"/> เนื้อหาถูกต้องสมบูรณ์</td> <td style="width: 50%; border: none;"><input type="checkbox"/> เหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> เพียงพอต่อความต้องการ</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> แข็งแรง ทนทาน</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> สีสันสวยงาม</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> มองเห็นชัดเจน</td> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="border: none;"><input type="checkbox"/> อื่น ๆ โปรดระบุ</td> <td></td> </tr> </table> <p>.....</p> | <input type="checkbox"/> เนื้อหาถูกต้องสมบูรณ์ | <input type="checkbox"/> เหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ | <input type="checkbox"/> เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน | <input type="checkbox"/> เพียงพอต่อความต้องการ | <input type="checkbox"/> แข็งแรง ทนทาน | <input type="checkbox"/> สีสันสวยงาม | <input type="checkbox"/> มองเห็นชัดเจน | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> อื่น ๆ โปรดระบุ | | <p>แนวทางการพัฒนา</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> เนื้อหาถูกต้องสมบูรณ์ | <input type="checkbox"/> เหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน | <input type="checkbox"/> เพียงพอต่อความต้องการ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> แข็งแรง ทนทาน | <input type="checkbox"/> สีสันสวยงาม | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> มองเห็นชัดเจน | <input type="checkbox"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="checkbox"/> อื่น ๆ โปรดระบุ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| 4. ความร่วมมือของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้ <input type="checkbox"/> นักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี <input type="checkbox"/> ร้อยละ 80 ของนักเรียนให้ความร่วมมือ (ส่วนใหญ่) <input type="checkbox"/> ร้อยละ 50 ของนักเรียนให้ความร่วมมือ (ประมาณครึ่งห้อง) <input type="checkbox"/> น้อยกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนให้ความร่วมมือ | แนวทางพัฒนา | | | | | | | | | | | | |
|--|--|---------------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| 5. นักเรียนที่ต้องได้รับการพัฒนาอย่างใกล้ชิดและต่อเนื่อง ชั้น ม. เลขที่..... ชั้น ม. เลขที่..... ชั้น ม. เลขที่..... มีสาเหตุในภาพรวมจาก <input type="checkbox"/> ขาดความเข้าใจในเนื้อหา <input type="checkbox"/> ส่งงานไม่ตรงเวลา <input type="checkbox"/> เล่น / คุยในเวลาเรียน <input type="checkbox"/> ไม่กล้าแสดงออก <input type="checkbox"/> ขาดความรับผิดชอบใน <input type="checkbox"/> หยุดเรียนบ่อย การทำงาน <input type="checkbox"/> นำงานวิชาอื่นขึ้นมาทำ <input type="checkbox"/> ทำงานช้า <input type="checkbox"/> ไม่มีหนังสือ/สมุด/เอกสาร <input type="checkbox"/> ลุกออกจากที่นั่งหลายครั้ง มาเรียน <input type="checkbox"/> อื่น ๆ โปรดระบุ | แนวทางพัฒนา | | | | | | | | | | | | |
| 6. ข้อค้นพบในการจัดการเรียนรู้ | | | | | | | | | | | | | |
| 7. ชำนาญ / การบ้านที่มอบหมาย | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; padding: 5px;"> ชำนาญ / การบ้านที่มอบหมาย </th> <th style="width: 25%; padding: 5px;"> วันที่ส่งงาน </th> <th style="width: 25%; padding: 5px;"> กำหนดส่ง </th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">.....</td> <td style="padding: 5px;">.....</td> <td style="padding: 5px;">.....</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">.....</td> <td style="padding: 5px;">.....</td> <td style="padding: 5px;">.....</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">.....</td> <td style="padding: 5px;">.....</td> <td style="padding: 5px;">.....</td> </tr> </tbody> </table> | ชำนาญ / การบ้านที่มอบหมาย | วันที่ส่งงาน | กำหนดส่ง | | | | | | | | | | |
| ชำนาญ / การบ้านที่มอบหมาย | วันที่ส่งงาน | กำหนดส่ง | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |

*บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ ออกแบบโดยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ลงชื่อ วรปรัชญ์ นันทโพธิ์เดช (ผู้สอน)
 (อาจารย์นิสิตวรปรัชญ์ นันทโพธิ์เดช)
 วันที่ 20,25-27 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2565

แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน

รหัสวิชา ค32101 วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 3ก ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5/151 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565

ระดับคะแนน

| | | | | |
|------------|---|---------|---------|--|
| มากที่สุด | = | 5 คะแนน | หมายถึง | นักเรียนมากกว่าร้อยละ 80 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้ |
| มาก | = | 4 คะแนน | หมายถึง | นักเรียนร้อยละ 71-80 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้ |
| ปานกลาง | = | 3 คะแนน | หมายถึง | นักเรียนร้อยละ 61-70 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้ |
| น้อย | = | 2 คะแนน | หมายถึง | นักเรียนร้อยละ 50-60 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้ |
| น้อยที่สุด | = | 1 คะแนน | หมายถึง | นักเรียนน้อยกว่าร้อยละ 50 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้ |

| ข้อที่ | หัวข้อการประเมิน | เกณฑ์การให้คะแนน | | | | |
|-------------------------|---|------------------|---|---|---|---|
| | | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย | | | | | |
| 2 | นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน | | | | | |
| 3 | นักเรียนมีความตรงต่อเวลาในการเข้าห้องเรียน | | | | | |
| 4 | นักเรียนมีระเบียบวินัยในชั้นเรียน | | | | | |
| รวมทั้งสิ้น (20) | | | | | | |

ระดับคุณภาพ

| | | | | |
|--------------|---------|-------|---------|-------------|
| คะแนน | 16 – 20 | คะแนน | หมายถึง | ดีมาก |
| คะแนน | 12 – 15 | คะแนน | หมายถึง | ดี |
| คะแนน | 8 - 11 | คะแนน | หมายถึง | พอใช้ |
| คะแนนต่ำกว่า | 7 | คะแนน | หมายถึง | ควรปรับปรุง |

สรุปผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

ดีมาก
 ดี
 พอใช้
 ควรปรับปรุง

ผลการประเมิน

ผ่าน
 ไม่ผ่าน